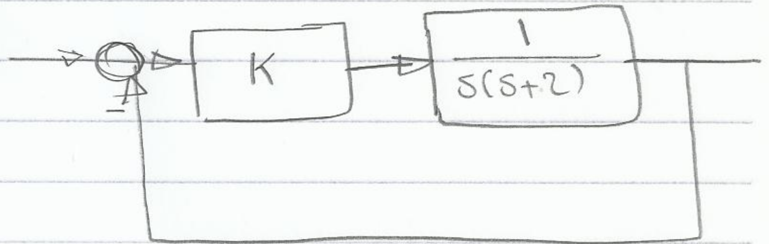
Root Locus

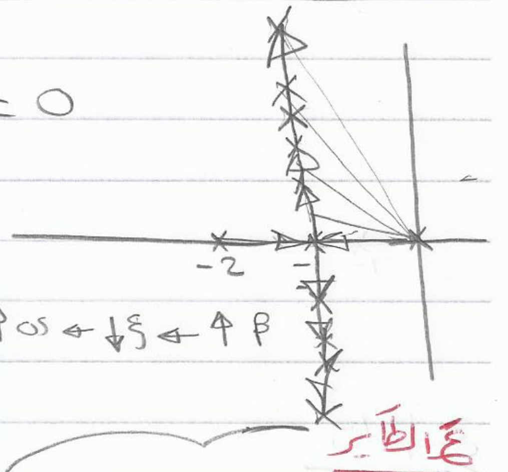


*Open loop poles:-
(0, -2)

*Closed Loop poles:-

$$ch.eqn = 1 + \frac{K}{s(s+2)} = 0 \Rightarrow s^2 + 2s + K = 0$$

$$s_{1,2} = -1 \pm \sqrt{1-K}$$



K	0	1	2	3	5	∞
s_1	0	-1	-1+j	-1+j1.4	-1+j4	
s_2	-2	-1	-1-j	-1-j1.4	-1-j4	

* لو عندي نظام مديني الـ poles بتاعته -1 , -3 مثلاً.. وهو من الدرجة الثانية أعرف إزاي هو over ولا critical ولا under ولا un ؟!
- طالما الجذور حقيقية سالبة ← يبقى over أو critical
لو طيب أعرف إزاي هو منهم ؟!
- لو كان الـ 2poles منطبقين على بعض ← critical
* بنهتم بدراسة الجذور وأماكنها لإن طالما بتتغير ← سلوك النظام بيتغير

← نرجع لمسألتنا..
لما تبقى الـ K=0 ← جذور الـ open هي جذور الـ closed

* الـ Root Locus ← المحل الهندسي للجذور لما K تتغير من ∞ ← 0
* كيفية تحديد درجة النظام..
1) فعلياً.. يكون من عنصرين تخزين غير معتمدين على بعض
2) رياضياً.. عدد الجذور = درجة النظام
* بعض الأنظمة قد تظهر من الدرجة الخامسة رياضياً وهي فعلياً من الدرجة 2
Dominant Poles

Example:

$$G(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}$$ ← OLTF

1 no. of poles and zeroes:-

poles عدد الـ ← n = 3 → (0, -1, -2) → "X"

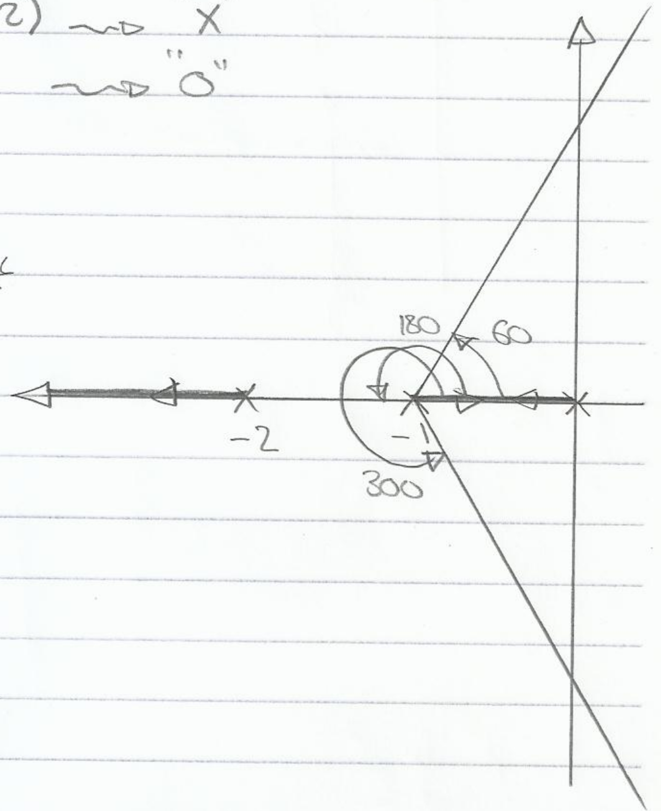
zeroes عدد الـ ← m = 0 → "O"

2 segments of root locus:-

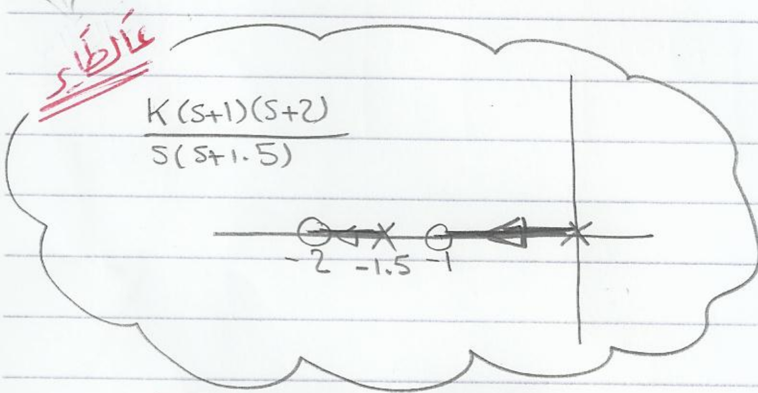
بمشي من الـ origin للشمال وأشوف العدد فردي ولا زوجي

* قاعدة: R-locus دايمًا يطلع من X بيروح لـ O

عندي 3X يبقى نظريًا عندي 3O بس هي بالـ نهاية وهنوصلهم بخطوط التقارب



عالطاير



3 Assymptotes:-

* no of it = poles - zeroes = n - m = 3
* position of it,

المكان مش شرط يقع عالـ R-Locus ← $\sigma = \frac{\Sigma P - \Sigma Z}{n-m} = \frac{(0+(-1)+(-2)) - 0}{3-0} = \frac{-3}{3} = -1$

* angles of it

$$\Phi = \frac{(2q+1) * 180}{n-m}, \quad q = 0, 1, 2, n-m-1$$

→ at q = 0 → Φ = 60

→ at q = 1 → Φ = 180

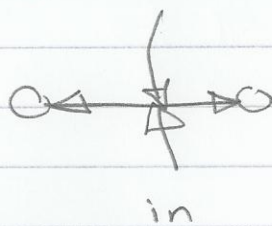
→ at q = 2 → Φ = 300

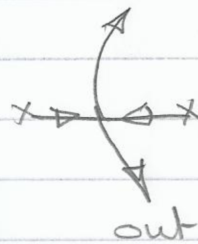
* ملحوظة: إذا كان عدد poles = عدد zeroes يبقى مفيش خطوط تقارب!

ch. eqn. بستخدم في

↓

[4] Break in & Break out :-





* إمتى يكون عندنا in , out ؟!

لو كان في 2x أو 2o وبينهم جزء من R-locus

* لازم تكون نقطة ال break جزء من R-locus !!

* position :-

↳ ch. eqn → $1 + OLTF = 0$

$$1 + \frac{K}{S(S+1)(S+2)} = 0$$

$$S(S+1)(S+2) + K = 0$$

$$S^3 + 3S^2 + 2S + K = 0$$

$$\rightarrow K = -[S^3 + 3S^2 + 2S]$$

↳ $\frac{dK}{dS} = 0 \Rightarrow \frac{dK}{dS} = -[3S^2 + 6S + 2] = 0$

$$3S^2 + 6S + 2 = 0 \Rightarrow S^2 + 2S + \frac{2}{3} = 0$$

$$S_{1,2} = -1 \pm \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow S_1 = -0.422 \quad ✓✓$$

$$S_2 = -1.57 \quad ✗✗$$ خارج ال R-locus

* لو طلع عدد تخيلي لازم أتأكد الأول إنه مال R-locus ← أعوضه في معادلة K

لو طلع عدد صحيح موجب يبقى معانا غير كده لا مش معانا

هحتاج أعادلة ديم لانه التخيليات هتدأعرفا منز out

* in or out ?

↳ $\frac{d^2K}{dS^2} = -6S - 6$

↳ sub S_1 → the position of break

$$\left.\frac{d^2K}{dS^2}\right|_{S=S_1} = -3.468$$

↳ -ve → out +ve → in

Routh Table ← بردو بنستخدم فيها ch. eqn.

5 ~~Kmax~~ ?! Intersection with imaginary axis :-

* الـ R-locus بيعبر عن نطاق الجذور للتغير قيمة الـ K من $0 \to \infty$
بس زيادة قيمة الـ K ممكن تخلي الجذور تتحرك من الشمال لليمين ← unstable
أو تزود درجة الـ system
← عشان كده محتاجين نوصل لأقصى قيمة K أقدر أوصلها :-

$$ch.eqn \to s^3 + 3s^2 + 2s + K = 0$$

s^3	1	3
s^2	2	K
s^1	$\frac{6-K}{2}$	0
s^0	K	

← في الـ stability قلنا عشان يفضل stable لازم إشارات العمود الأول تفضل موجبة
ولو كان في صفر في العمود الأول "نعمل تقاطع والكلام ده" الإشارة قبل الصفر وبعد الصفر زي ما هي ← يبقى أنا كده عالـ margine يعني أقرب ما يكون لمنطقة انعدام الاستقرار
عشان كده بناخد أول أقصى للـ K ونساويه بالصفر

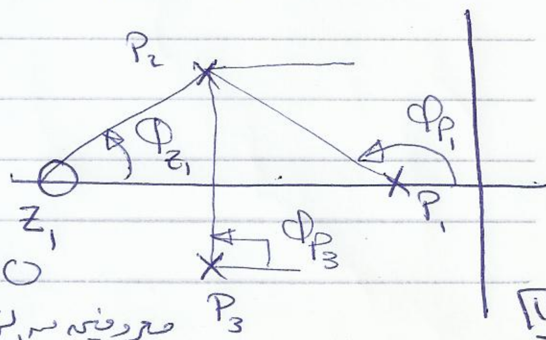
$$6-K = 0 \Rightarrow K_{max} = 6$$

لو زودت عن $K_{max} = 6$ الجذور هتتحرك من الشمال لليمين

* عاوزين نجيب قيمة الـ pole اللي عالـ imag. ?!
  * aux. eqn → للمعادلة اللي فوق أول ظهور للـ K
  * نعوض بقيمة K_{max}

6

- لو عندك complex poles يبقى لازم تجيب حاجة اسمها زاوية المغادرة
~~مثلاً لو عاوز تجيب زاوية المغادرة~~
في شرط لازم يتحقق



$$\sum \Phi_Z - \sum \Phi_P = 180$$

لو عاوز تجيب Φ_{P_2} مثلاً .. بترسمها بكل الـ roots الأخرى

$$\Phi_{Z_1} - [\Phi_{P_1} + \Phi_{P_2} + \Phi_{P_3}] = 180$$

معروفين من الرسم كده جبت Φ_{P_2}